# 対数の底の変換

$$\Rightarrow \quad \log_x y = \frac{\log_a y}{\log_a x}$$　（底 $x$ から底 $a$ への変換）

地盤力学でよく見かけるのは、

圧縮指数（常用対数）　$C_c = \dfrac{\Delta e}{\log \dfrac{p_2}{p_1}} = \dfrac{\Delta e}{\log_{10} \dfrac{p_2}{p_1}}$ と $\lambda = \dfrac{\Delta e}{\ln \dfrac{p_2}{p_1}} = \dfrac{\Delta e}{\log_e \dfrac{p_2}{p_1}}$ の関係

自然対数　$\lambda = \dfrac{\Delta e}{\ln \dfrac{p_2}{p_1}} = \dfrac{\Delta e}{\log_e \dfrac{p_2}{p_1}} = \dfrac{\Delta e}{\left( \dfrac{\log_{10} \dfrac{p_2}{p_1}}{\log_{10} e} \right)} = \underbrace{\boxed{\dfrac{\Delta e}{\log_{10} \dfrac{p_2}{p_1}}}}_{=C_c} \cdot \underbrace{\boxed{\log_{10} e}}_{=0.434} = 0.434 C_c$

（証　明）

$s = \log_a x$、$t = \log_x y$ とおくと、対数の定義から $x = a^s$、$y = x^t$ となる。

前式を後式に代入すると $y = x^t = \left(a^s\right)^t = a^{st}$ が成り立つ。

対数の定義から、$\log_a y = \log_a a^{st} = st$ となる。

したがって、

$\log_a y = \log_a x \log_x y$

すなわち、

$$\log_x y = \frac{\log_a y}{\log_a x}$$

（もとの底 x は右辺の分母へ、真数 y は右辺の分子へ）

以上